CÓMO APRENDEMOS MATEMÁTICAS PARA ENSEÑARLAS MEJOR

Este breve documento pretende ser una reflexión sobre la forma de trabajar en matemáticas para conseguir un mayor grado de éxito entre nuestro alumnado a la hora de afrontar la resolución de problemas. Para ello hay que ser conscientes de cómo se aprenden las matemáticas para poder enseñarlas mejor.

Juan López Sánchez. Febrero de 2008

LA TEORÍA

De una forma muy simplificada podríamos decir que el aprendizaje matemático se basa en dominar:

1. El concepto (por ejemplo de nº racional o fracción). Se trata de "**saber qué**" . relacionado con el APRENDIZAJE DE CONCEPTOS
2. Saber operar con… (por ejemplo con las fracciones) , nos referimos al"**saber cómo**" relacionado con el APRENDIZAJE DE PROCEDIMIENTOS

El aprendizaje del CONCEPTO (saber qué)

Para que el concepto (por ejemplo de fracción) entre a formar parte del bagaje de conocimientos del alumnado, se tiene que enlazar con los conocimientos previos que se poseen (aprendizaje significativo).

Dentro de este aprendizaje conceptual podemos distinguir a su vez dos tipos:

- Conocimiento conceptual primario: que está siempre ligado a contextos

- Conocimiento conceptual reflexivo que ya no está ligado al contexto y supone que el alumnado ha sido capaz de realizar una abstracción.

Este aprendizaje lo podemos catalogar como lento y estático y para pasar del aprendizaje conceptual primaria al reflexivo hay que hacerlo en este orden y dedicándole el suficiente tiempo al trabajo ligado a contextos (es vital que el contexto sea significativo para el alumnado y que la formulación de los problemas implique los conceptos que queremos trabajar).

El aprendizaje de los PROCEDIMIENTOS (saber cómo)

Este conocimiento es dinámico y rápido. Implica operar con la información que se nos suministra y transformarla para llegar a la solución buscada. Una vez asentado se trabaja rápidamente respondiendo al par condición-acción.

En matemáticas el aprendizaje de los procedimientos también presenta dos parcelas:

- El reconocimiento de patrones: ligado al lenguaje simbólico de las matemáticas. Implica traducir el lenguaje coloquial al simbólico y viceversa.
- Las secuencias de acción: formadas por los algoritmos o reglas, entendidos como las instrucciones a seguir paso a paso para resolver una tarea. Esta secuencia de acción está jerarquizada y la relación básica entre los pasos a seguir es el "y después…"

LA ÍNTIMA RELACIÓN ENTRE CONOCIMIENTO CONCEPTUAL Y PROCEDIMENTAL (1)

Ambos aprendizajes no deben desligarse e interactúan entre sí.

Influencia del aprendizaje conceptual en el procedimental:

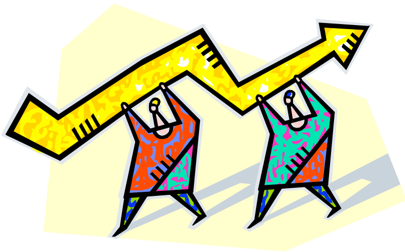
- Al ligar los procedimientos a conceptos, los primeros no se almacenan de forma aislada en la memoria y no se olvidan fácilmente.
- La interconexión posibilita ir seleccionando procedimientos adecuados para la resolución de problemas y desechar los inadecuados.
- Disminuye así el número de procedimientos a aprender.

Influencia del aprendizaje procedimental sobre el de conceptos:

- Si el lenguaje simbólico matemático se liga a procedimientos operativos se puede usar para pensar en los conceptos que representa dicho lenguaje.

LA PRÁCTICA

RECOMENDACIONES BÁSICAS PARA TRABAJAR LOS PROBLEMAS



Cálculo Global frente a Cálculo analítico
(Resolución por estrategias frente a resolución por algoritmos)

Partiendo de que el objetivo de las matemáticas es la resolución de problemas y de que el objetivo primordial de la escuela primaria es preparar para la vida cotidiana, podemos cuestionarnos si en nuestros colegios no nos estamos centrando exclusivamente en el **cálculo mediante algoritmos (cálculo centrado en los algoritmos a aplicar ante una situación problemática determinada).**

Podemos respondernos a esta cuestión analizando nuestra metodología de trabajo en la clase de matemáticas. Si el cuaderno de nuestro alumnado está lleno de algoritmos y la mayor parte de problemas que resuelven contienen números grandes que les obligan a usar esos algoritmos, la respuesta es: *nos hemos decantado por el cálculo analítico* (hay una prueba de esta situación, la típica pregunta ante un problema *"¿este problema que es de sumar o de restar?"* denota haber anticipado el cálculo por algoritmos cuando no se ha consolidado el cálculo por estrategias o cálculo global).

El cálculo por algoritmos es casi inexistente en la vida cotidiana del alumnado (y en la nuestra). Casi nadie se pone con un papel a resolver cuentas frente a los estantes del supermercado y los niños y niñas no lo hacen en sus tratos particulares, en sus juegos, o en el quiosco de chucherías. En estas situaciones prima el **cálculo por estrategias, centrado en el cálculo mental, mediante situaciones fácilmente imaginables y en el que tiene una gran importancia el redondeo y las aproximaciones, lo que se denomina Cálculo Global.**

De esta forma, podemos concluir que **lo ideal es trabajar ambas situaciones en la escuela en grado de igualdad en niveles superiores y primando el cálculo global en situaciones en las que no se nos demande un algoritmo determinado.**
El grupo El Quinzet (http://www.elquinzet.com) que tiene un método de cálculo global para la escuela desde infantil a secundaria, aboga por no introducir los algoritmos de forma normalizada hasta que no exista una

demanda real por insuficiencia de las estrategias mentales para la resolución de problemas.

El proceso de resolución de un problema

Las fases típicas de resolución de un problema descritas por Polya en 1957 son:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecutar el plan
- Analizar la solución obtenida

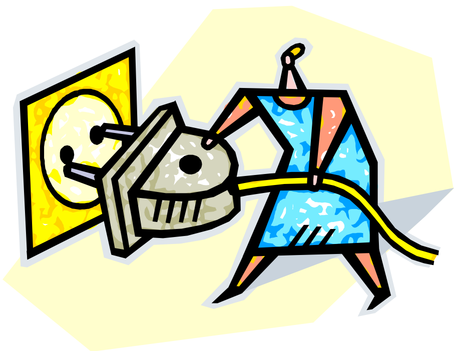
En la literatura didáctica posterior (Luis Puig, Fernando Cerdán) se han afinado estas fases para concretarlas algo más:

- Lectura
- Comprensión
- Traducción
- Cálculo
- Solución
- Revisión. Comprobación.

La estrategia indicada como Lectura hace referencia evidentemente a problemas escritos. Me gustaría destacar que es muy importante no centrarnos exclusivamente en este tipo de problemas, sino que **hay que practicar los problemas a través de lecturas** (tal y como se hace en el método antes mencionado del Quinzet), en los que no se les dan los enunciados escritos al alumnado.
Debe quedar claro que estas fases no son compartimentos estancos que se van dando en el orden indicado (obsérvese que las viñetas las he marcado con un punto y no con números que denoten orden). El resolutor ideal de problemas va zigzagueando de una a otra y por lo tanto estas fases no se describen aquí para que se enseñen al alumnado, sino para que tomemos conciencia de su existencia y sobre todo, pretendo resaltar que **en la escuela nos olvidamos muy a menudo de** la última fase: **analizar la solución obtenida.**

Es imprescindible que acostumbremos a nuestro alumnado a revisar "la lógica de su solución", igual que le enseñamos a hacer "las pruebas" de los algoritmos. Este proceso de revisión hay que hacerlo en clase, dejando que el grupo opine y exprese sus ideas acerca de los resultados obtenidos al resolver los problemas. Nuestro papel en esta revisión debe limitarse a moderador o encauzador del análisis que hagan los componentes del grupo para dejarles que elaboren sus propias estrategias de revisión de los problemas.

En base a lo expuesto hasta ahora para conseguir aprendizajes significativos y obtener resultados óptimos en la enseñanza de problemas matemáticos, ***unas recomendaciones básicas serían:***



- **No desligar la enseñanza de los conceptos y procedimientos.** En el proceso de enseñanza-aprendizaje estaríamos continuamente en un proceso de ida y vuelta entre uno y otro tipo de conocimiento, enlazándolos con la finalidad de que los conceptos no se aprendan desligados de los procedimientos. (1) De una forma simplista podría explicarse de la siguiente forma:
  - No nos conformaríamos con enseñar el concepto de división como "un reparto en partes iguales", sino que habría que practicar continuamente esta idea en contextos ligados a los intereses de nuestro alumnado, de tal forma que ante una situación problemática se acabe produciendo una respuesta rápida en la que se ejecute el algoritmo correcto. Este algoritmo quedaría íntimamente unido a situaciones en las que hubiese que hacer repartos equitativos, creando al final en el alumno/a un conocimiento reflexivo (abstracto, no ligado a contextos).

- **Los contextos iniciales donde se trabajen los problemas deben ser significativos para el alumnado** (de esta forma el alumnado se implica directamente en la resolución de las situaciones problemáticas). En este sentido, cabe destacar que lo que a nosotros/as puede parecernos significativo no tiene por qué serlo en absoluto para nuestro alumnado. La mejor manera de conseguir encontrar estos contextos significativos es dar rienda suelta a la libre expresión e invención de problemas. Ello implica además que al implicarse directamente en la situación, el alumnado tiene que "usar" los conceptos que posee sobre el tema tratado para intentar encontrar una solución válida. Durante esta puesta en uso, llegará a discriminar aquellos conceptos que posee y son válidos (o mejores) para resolver los problemas de los que no lo son. Como anécdota a este respecto, un alumno de 5º de Primaria al que pedí que inventase problemas en los que tuviese que trabajar con fracciones (tratadas como la parte de un todo), inventó los siguientes problemas:
  - *"En una misa en la iglesia había 119 personas.y 6/7 de esas personas estaban cantando¿Cuántas personas no estaban cantando?"*

- *"En una reunión de Testigos de Gehová hay 272 y 7/8 se han ido de excursión ¿Cuántas personas se quedaron?"*
  De este par de problemas podemos deducir el contexto que para ese alumno era significativo en ese momento. El alumno en cuestión puso en práctica estrategias positivas de resolución de los mismos, acomodando el número inicial de personas que pensó en cada situación, para que fuese un número divisible por 7 y 8 respectivamente, lo cual se pude calificar como un considerable éxito.
  En mi Colegio añadimos un "plus" de motivación en este sentido, puesto que aprovechamos nuestra página Web de corte colaborativo (está diseñada en base a un Wiki), para que el alumnado plasme los problemas que se inventen, de tal forma que además conseguimos un repositorio de problemas bastante amoldado al contexto donde se enmarca nuestro centro.
  http://www.omerique.net/twiki/bin/view/CEIPsanjose/MisProblemasDeMates

- **No convertir las variables que rodean al problema en elementos que pongan obstáculos a su resolución o a que afloren las estrategias que se pretenden con él.** Me refiero a variables como: la sintaxis y el vocabulario empleado en el problema, contextos ajenos al alumnado, posible aparición de estrategias no previstas (pero previsibles). En definitiva, tenemos que ser muy cuidadosos con la elección de los problemas propuestos y debemos supervisarlos antes de usarlos con nuestro alumnado.

- También debemos cuidar **no intentar imponer métodos y estrategias de resolución** de problemas que nosotros consideremos más adecuados, puesto que ello no deja al alumnado reacomodar el bagaje de conocimientos que posee (así que no podemos dejar de darle validez por ejemplo a la llamada "cuenta de la vieja"). Una vez que han aflorado estas estrategias, se pueden discutir en clase, sugerir y enseñar otras oportunas e intentar sacar de cada una de ellas los aspectos positivos que merezcan la pena que se compartan con el grupo-clase. En este aspecto me remito a lo anteriormente expuesto sobre Cálculo Global y Cálculo algorítmico y el proceso de introducción de los algoritmos en el momento oportuno que se nos demanden por el alumnado.

- Otra estrategia de **reacomodamiento de los conceptos previos** es la de proponer al alumnado que inventen, sin proceso de reflexión previo, soluciones a los problemas propuestos, (se trataría de proponer una estrategia de solución irreflexiva). Una vez hecho este proceso, y tras solucionar el problema, el alumnado tendría que explicar por qué está mal la solución propuesta y que discrepancias presentan ambas. Esta estrategia implica doble trabajo: por un lado hay que poner en práctica los conceptos que se tienen y desarrollar los procedimientos necesarios para solucionar correctamente el problema y después habría que analizar la primera estrategia “irreflexiva” encontrando las incoherencias que presenta.

- En etapas tempranas prácticamente todo **el contexto debe ser manipulativo.** En general, el alumnado pequeño no tiene suficientemente formado el pensamiento formal para poder “imaginar” situaciones problemáticas que se amolden a los conceptos que se trabajan en estas edades (conteo –cantidad y seriaciones-, sumas, restas…). En estas edades hay materiales ideales para el trabajo, tipo regletas de Cuisenaire, bloques lógicos u otro como el diseñado por LECAR Ediciones (http://www.lecarediciones.com) ideal para trabajo en Educación Infantil y Primer Ciclo de Primaria, aparte de todo el material que nos rodea que puede dar lugar al trabajo aquí descrito. No debemos tener prisa en desprendernos de este material para pasar al trabajo más formalizado. Lo importante es el dominio matemático que el alumnado demuestre. En etapas posteriores, es una buena táctica introducir los conceptos con este tipo de material manipulativo. Un buen libro donde se describe el uso de muchos de estos materiales es el citado en la bibliografía de María Teresa Cascallana.

- Para **trabajar el reconocimiento de patrones** trabajaremos continuamente la transcripción del lenguaje ordinario al simbólico y viceversa. La tarea que más problemas le plantea en este sentido al alumnado es la de acondicionar una situación real a una simbólica dada. Por ejemplo: *“Inventa un problema que se resuelva con una suma y una resta”* o un poco más complicado *“Inventa un problema que se resuelva con estas operaciones “56+6-12”* o *con estas operaciones sucesivas “56+6= 62 y después 62-12=50”*. Este trabajo no puede faltar en ninguna de las operaciones matemáticas que abordemos.

- No debemos olvidar el **trabajo de problemas no rutinarios** (aquellos que o bien no tienen solución o se prestan a múltiples soluciones). Este tipo de problemas se presentan multitud de veces en situaciones de la vida real y ante ellos, nuestro alumnado suele fracasar ya que los hemos acostumbrado al binomio “un problema<->Una solución”. Más información en:
http://www.omerique.net/twiki/bin/view/CEIPsanjose/TallerMatematicas#desarrollos

- Señalar también la **ayuda que el uso de las TIC** nos puede prestar. Las TIC van unidas a un extra de motivación que bien usada puede ayudarnos muchísimo en todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de los problemas. Véase al respecto el artículo ***Desarrollo Curricular de las matemáticas usando las TIC***:
http://www.omerique.net/twiki/bin/view/TIC/TallerMatematicasPrimaria061106FC038#inicio

Fuentes bibliográficas sobre el Tema:

- Serrano, J.M. y Denia A.M. (1994) ***¿Cómo cuentan los niños?. Un análisis de las teorías más relevantes sobre la construcción de los esquemas de conteo***. Murcia. Secretariado de publicaciones de Murcia.

- Vicente Bermejo (coord..) ***Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor***. (2004) Editorial CCS. Madrid.

- Paulo Abrantes, Carme Barba, Lluís Segarra ***La resolución de problemas en matemáticas*** . Editorial Graó

- Joaquim Giménez, Luisa Girondo. ***Cálculo en la escuela.*** Editorial Graó.

- Mª Teresa Cascallana. ***Iniciación a la matemática***. Aula XXI. Santillana

- Luis Puig, Fernando Cerdán. ***Problemas aritméticos escolares***. Síntesis.

Autor

Juan López Sánchez
http://www.omerique.net/calcumat
juan.lopez@ya.com

Maestro de Primaria. Componente del Proyecto CIFRAS.
http://ares.cnice.mec.es/matematicasep/

CEIP SAN JOSÉ ARTESANO. PUERTO SERRANO. CÁDIZ
http://www.omerique.net/ceipsanjose
http://www.omerique.net/twiki/bin/view/CEIPsanjose/TallerMatematicas

Agradecimientos especiales:

Alberto Vicente Monsalve
Asesor de Primaria. CAP Torrejón de Ardoz. Madrid
Por su lectura y comentario del documento y sus recomendaciones bibliográficas.

Ricardo de Los Santos
Asesor TIC. CEP “Sierra de Cádiz”. Villamartín. Cádiz.
Por los comentarios acertados al documento y por las ideas aportadas al mismo.

Lluís Segarra
Del Grupo El Quinzet.
Por su método de Cálculo Global.

Rev. 02 (23/02/2008)
Añadidas nuevas secciones y recomendaciones en la sección Práctica y nuevas fuentes bibliográficas.